

Le but de cet exercice est de calculer l'expression suivante :

$$A = \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{12}\right) + \dots + \sin\left(\frac{23\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{24\pi}{12}\right)$$

1. De combien de termes est constituée cette somme ?
2. a. **Placer**, sur le cercle trigonométrique, les points  $A$  et  $B$  repérés respectivement par les réels  $\frac{\pi}{12}$  et  $\frac{23\pi}{12}$ .  
b. Que peut-on dire de leurs ordonnées et de leurs sinus respectifs ?  
c. **En déduire** le résultat de la somme :  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{23\pi}{12}\right)$ .  
d. Quelle est la valeur de :  $\sin\left(\frac{12\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{24\pi}{12}\right)$  ?
3. En procédant de la même façon, et en regroupant les termes préalablement bien choisis deux à deux, **déterminer** la valeur exacte de  $A$ .

Remarque : cette somme peut s'écrire également :

$$\sum_{i=1}^{24} \sin\left(\frac{i\pi}{12}\right)$$

Le symbole  $\Sigma$  sert à raccourcir l'écriture d'une somme.

Cette somme peut être notée :  $\sum_{i=1}^n \sin\left(\frac{i\pi}{12}\right)$  et se lit « somme de  $i$  égale 1 à  $n$  de  $\sin\left(\frac{i\pi}{12}\right)$  ».