

Le but de cet exercice est de calculer l'expression suivante :

$$A = \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{12}\right) + \dots + \sin\left(\frac{23\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{24\pi}{12}\right)$$

1. De combien de termes est constituée cette somme ?
2. a. **Placer**, sur le cercle trigonométrique, les points A et B repérés respectivement par les réels $\frac{\pi}{12}$ et $\frac{23\pi}{12}$.
b. Que peut-on dire de leurs ordonnées et de leurs sinus respectifs ?
c. **En déduire** le résultat de la somme : $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{23\pi}{12}\right)$.
d. Quelle est la valeur de : $\sin\left(\frac{12\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{24\pi}{12}\right)$?
3. En procédant de la même façon, et en regroupant les termes préalablement bien choisis deux à deux, **déterminer** la valeur exacte de A .

Remarque : cette somme peut s'écrire également :

$$\sum_{i=1}^{24} \sin\left(\frac{i\pi}{12}\right)$$

Le symbole Σ sert à raccourcir l'écriture d'une somme.

Cette somme peut être notée : $\sum_{i=1}^n \sin\left(\frac{i\pi}{12}\right)$ et se lit « somme de i égale 1 à n de $\sin\left(\frac{i\pi}{12}\right)$ ».